

Prof. Dr. Alfred Toth

Die Stellung der Peircezahlen zwischen Deutero- und Tritozahlen

1. Die klassische Semiotik peirce-bensescher Prägung (vgl. Walther 1979) basiert auf ternären Relationen. Ternarität wird aufgespalten in Haupt- und Stellenwerte. Die ersteren heißen Triaden, die letzteren Trichotomien. Sog. Zeichenklassen (Z) und ihre dualen Realitätsthematiken (Z^{-1}) werden daher bifunktoriell notiert.

Allgemeine Form einer triadisch-trichotomischen semiotischen Relation

$$Z = (3.x, 2.y, 1.z)$$

Allgemeine Form einer trichotomisch-triadischen semiotischen Relation

$$Z^{-1} = (z.1, y.2, x.3)$$

Mit der folgenden Ordnung werden aus der Gesamtmenge von $3^3 = 27$ Relationen 10 herausgefiltert:

$$O = (x \preceq y \preceq z) \text{ mit } x, y, z \in (1, 2, 3).$$

Durch Einsetzen erhält man die folgenden 10 semiotischen Relationen

$$Z_1 = (3.1, 2.1, 1.1) \quad Z_6 = (3.1, 2.3, 1.3)$$

$$Z_2 = (3.1, 2.1, 1.2) \quad Z_7 = (3.2, 2.2, 1.2)$$

$$Z_3 = (3.1, 2.1, 1.3) \quad Z_8 = (3.2, 2.2, 1.3)$$

$$Z_4 = (3.1, 2.2, 1.2) \quad Z_9 = (3.2, 2.3, 1.3)$$

$$Z_5 = (3.1, 2.2, 1.3) \quad Z_{10} = (3.3, 2.3, 1.3)$$

Da in Z gilt: $(3., 2., 1.) = \text{const.}$, lassen sich Z_1 bis Z_{10} bijektiv auf ihre Trichotomien abbilden.

$$Z_1 = (111) \quad Z_6 = (133)$$

$$Z_2 = (112) \quad Z_7 = (222)$$

$$Z_3 = (113) \quad Z_8 = (223)$$

$$Z_4 = (122) \quad Z_9 = (233)$$

$$Z_5 = (123) \quad Z_{10} = (333)$$

2. Auf diese trichotomischen Relationen wenden wir nun den Trito-Normalform-Operator TNF an.

$$\text{TNF}(111) = 000 \quad \text{TNF}(133) = 011$$

$$\text{TNF}(112) = 001 \quad \text{TNF}(222) = 000$$

$$\text{TNF}(113) = 001 \quad \text{TNF}(223) = 001$$

$$\text{TNF}(122) = 011 \quad \text{TNF}(233) = 011$$

$$\text{TNF}(123) = 012 \quad \text{TNF}(333) = 000$$

Damit bleiben von den 10 semiotischen Relationen nur noch die folgenden 4 übrig

000

001

011

012 .

Nun vergleichen wir sie mit den Proto-, Deutero und Tritozahlen für die Kontextur $K = 3$ (vgl. Günther 1971)

Proto	Deutero	Peirce	Trito
000	000	000	000
001	001	001	001
012	002	011	010
		012	011
			012

Die Peircezahlen nehmen also einen Platz zwischen den Proto=Deutero- und den Tritozahlen ein. Von den Morphogrammen der letzteren fehlt ihnen

010,

dessen semiotische Entsprechung die Relation

$$(3.1, 2.2, 1.1) \rightarrow (121) \quad (\text{TNF}(121) = 010)$$

wäre, eine semiotische Relation, die nicht nach dem Ordnungsprinzip ($x \leq y \leq z$) gebaut ist, da $1 < 2$ ist.

3. Gehen wir nun aber zum nicht-gefilterten, d.h. vollständigen System der 27 Relationen über, bilden wir diese semiotischen Systeme wiederum auf ihre Trichotomien ab und wenden wir TNF auf sie an.

TNF(111) = 000	TNF(211) = 011	TNF(311) = 011
TNF(112) = 001	TNF(212) = 010	TNF(312) = 012
TNF(113) = 001	TNF(213) = 012	TNF(313) = 010
TNF(121) = 010	TNF(221) = 001	TNF(321) = 012
TNF(122) = 011	TNF(222) = 000	TNF(322) = 011
TNF(123) = 012	TNF(223) = 001	TNF(323) = 010
TNF(133) = 011	TNF(231) = 012	TNF(331) = 001
TNF(132) = 012	TNF(232) = 010	TNF(332) = 001
TNF(133) = 011	TNF(233) = 011	TNF(333) = 000

S^{27} ist somit im Gegensatz zum gefilterten System S^{10} Trito-vollständig und unterscheidet sich vom System der Trito(3, 3)-Sterling-Zahlen 2. Art nur durch Redundanz. Eliminiert man also die redundanten semiotischen Relationen, erhält man ein semiotisches System, das isomorph dem System der Tritozahlen in PC-Notation ist. Um Trito-Vollständigkeit zu erreichen, genügt also – um es nochmals zu sagen – das bensesche „Zehnersystem“ nicht – es wird das vollständige System aller ternären Peirce-Zahlen benötigt.

Literatur

Günther, Gotthard, Natural Numbers in Trans-Classic Systems. In: ders., Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979, S. 241-264 (original 1971)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

3.8.2025